

correlación cruzada – cross-correlation

Authored by
memjavad

November 28, 2025

RECOMMENDED CITATION

memjavad (2025). *correlación cruzada – cross-correlation*. Spanish Psychological Databases. Retrieved from <https://spanish.arabpsychology.com/?p=6335>

Correlación Cruzada

Primary Disciplinary Field(s): Procesamiento de Señales, Estadística, Matemáticas Aplicadas

1. Definición Central

La **correlación cruzada** (a menudo denotada como $R_{xy}(\tau)$ o $(f \star g)(\tau)$) es una operación matemática fundamental que cuantifica la similitud entre dos funciones o secuencias diferentes, en función de un desplazamiento temporal o espacial aplicado a una de ellas. En esencia, la correlación cruzada mide la dependencia estadística o la coherencia estructural entre dos señales, permitiendo determinar cuánto se parece una señal a una versión desplazada de la otra. Este concepto es crucial en el análisis de sistemas dinámicos, ya que no solo revela la presencia de una relación, sino también el tiempo de retardo óptimo (o "lag") en el que esa relación es máxima. Si bien se asemeja a la [convolución](#) en su estructura matemática, la correlación cruzada se diferencia en que no requiere la inversión de una de las funciones antes de la integración o sumatoria, lo que le confiere una interpretación directa como medida de similitud.

La operación de correlación cruzada es inherentemente comparativa y se fundamenta en el principio del producto interno. Consideremos dos señales, $x(t)$ y $y(t)$. Al calcular la correlación cruzada, se desplaza $y(t)$ en el tiempo por una cantidad τ (el retardo) y se calcula el producto interno o la integral de este producto con $x(t)$. El resultado es una función del retardo τ , y el pico de esta función indica el desplazamiento temporal exacto necesario para que las dos señales se alineen de manera óptima. Este máximo valor de la función de correlación cruzada proporciona una métrica de la intensidad de la relación estructural entre $x(t)$ e $y(t)$. Si el pico ocurre en $\tau=0$, las señales están perfectamente alineadas sin retardo. Si el pico es positivo, indica una relación directa; si es negativo, sugiere una relación inversa.

Es importante distinguir la correlación cruzada de la [autocorrelación](#). Mientras que la autocorrelación mide la similitud de una señal consigo misma en diferentes instantes de tiempo, revelando periodicidades o patrones internos, la correlación cruzada se utiliza para comparar dos señales distintas y evaluar su interdependencia temporal. Ambas operaciones son herramientas esenciales en el análisis de series temporales y el procesamiento de señales estocásticas, proporcionando información invaluable sobre la estructura interna y la interdependencia de los datos analizados. La capacidad de la correlación cruzada para identificar y cuantificar los retardos de tiempo la convierte en una herramienta indispensable en campos que van desde la sismología y la ingeniería de radar hasta la econometría y el análisis de sistemas biológicos.

2. Formulación Matemática

La formulación matemática de la correlación cruzada varía ligeramente dependiendo de si las

señales son continuas o discretas, y si son determinísticas o estocásticas. Para dos funciones continuas y determinísticas, $f(t)$ y $g(t)$, la correlación cruzada $R_{fg}(\tau)$ se define típicamente mediante la siguiente integral, asumiendo que las señales son reales y de energía finita, lo que asegura la convergencia de la integral:

$$R_{fg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) g(t+\tau) dt$$

En esta expresión, τ representa el retardo temporal. Es fundamental notar que existen convenciones alternativas. Algunos textos definen la correlación cruzada con $g(t-\tau)$ en lugar de $g(t+\tau)$. La convención utilizada aquí ($t+\tau$) es predominante en el procesamiento de señales y es matemáticamente equivalente a la convolución si una de las funciones se invierte en el tiempo. Para señales complejas, que son comunes en la física cuántica o la ingeniería de comunicaciones, la formulación requiere el conjugado complejo de la segunda función, $g^*(t+\tau)$, para garantizar que la función de correlación resultante tenga propiedades deseables, como un valor real y positivo en el pico de alineación.

Para el caso de señales discretas, $x[n]$ y $y[n]$, que son la norma en la computación digital, la correlación cruzada se define como una suma sobre todos los índices m , donde k es el desplazamiento discreto (lag):

$$R_{xy}[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] y[n+k]$$

Cuando se trabaja con procesos estocásticos (como ruido o señales aleatorias), que no tienen energía finita pero sí potencia finita, la correlación cruzada se define en términos de valores esperados, asumiendo que los procesos son estacionarios en sentido amplio. Para dos procesos estocásticos de media cero, $X(t)$ e $Y(t)$, la función de correlación cruzada esperada es $R_{XY}(\tau) = E\{X(t)Y(t+\tau)\}$. En aplicaciones prácticas donde solo se dispone de muestras finitas, se utiliza una estimación de la correlación cruzada. Además, la correlación cruzada se puede calcular en el dominio de la frecuencia, lo cual es computacionalmente más eficiente para secuencias largas mediante el uso del teorema de convolución y la Transformada Rápida de Fourier (FFT).

3. Propiedades y Relación con la Convolución

La correlación cruzada posee varias propiedades matemáticas esenciales que la distinguen y la hacen poderosa para el análisis de sistemas. Una de las propiedades más importantes es la relación con la [Transformada de Fourier](#), formalizada por el teorema de Wiener-Khinchin en su versión cruzada. Este teorema establece que la Transformada de Fourier de la correlación cruzada de dos señales es igual al producto de la Transformada de Fourier de la primera señal por el conjugado complejo de la Transformada de Fourier de la segunda señal. Esta relación es la base para la implementación eficiente de la correlación cruzada en el dominio digital.

Otra propiedad clave es la asimetría o la relación de simetría conjugada. Si $R_{xy}(\tau)$ es la correlación cruzada de x con y , entonces la correlación cruzada de y con x , $R_{yx}(\tau)$, está relacionada con la primera por la expresión $R_{yx}(\tau) = R_{xy}(-\tau)$. Si las señales son complejas, se aplica la simetría conjugada, $R_{yx}(\tau) = R_{xy}^*(-\tau)$. Esta propiedad subraya que el orden de las señales en la operación de correlación cruzada es significativo, ya que el desplazamiento positivo de y relativo a x es diferente de un desplazamiento positivo de x relativo a y . Esta no conmutatividad contrasta con la convolución, que sí es conmutativa.

La correlación cruzada está intrínsecamente ligada a la [convolución](#). Específicamente, la correlación cruzada de $f(t)$ y $g(t)$ es equivalente a la convolución de $f(t)$ con la versión invertida en el tiempo de $g(t)$, es decir, $R_{fg}(\tau) = f(\tau) * g(-\tau)$. Esta equivalencia es crucial para la implementación eficiente. En el dominio discreto, si la correlación cruzada se calcula directamente (el "método de fuerza bruta"), la complejidad computacional es típicamente cuadrática, $O(N^2)$. Sin embargo, al utilizar la FFT para realizar la operación en el dominio de la frecuencia (aprovechando la equivalencia con la convolución de la señal invertida), la complejidad se reduce drásticamente a $O(N \log N)$, lo que permite el procesamiento de grandes conjuntos de datos en tiempo real.

4. Etimología y Desarrollo Histórico

El concepto de correlación, que mide la interdependencia estadística, se formalizó a finales del siglo XIX y principios del XX, pero la idea de incluir un desfase temporal, fundamental para la **correlación cruzada**, maduró con el estudio de los procesos estocásticos y la necesidad de analizar sistemas dinámicos. El trabajo pionero de Norbert Wiener en la década de 1940 sobre la teoría de la comunicación y los procesos aleatorios fue decisivo. Wiener sentó las bases para el análisis espectral y la teoría de filtros óptimos, donde la función de correlación (incluyendo la cruzada) se convirtió en la herramienta central para caracterizar la estructura temporal de las señales y el ruido.

La aplicación práctica y la popularización del término se aceleraron en el contexto de la ingeniería de control y la detección de señales durante la Segunda Guerra Mundial y la Guerra Fría. Los sistemas de radar y sonar necesitaban métodos robustos para detectar ecos débiles y medir distancias con precisión. El concepto de "filtrado adaptado" (matched filtering), que es una aplicación directa de la correlación cruzada, se convirtió en la piedra angular de estos sistemas, ya que proporciona la máxima relación señal-ruido para la detección de una señal conocida inmersa en ruido blanco aditivo.

A partir de la década de 1960, con el desarrollo de la computación digital y la introducción de algoritmos eficientes como la FFT, la correlación cruzada dejó de ser una herramienta puramente

teórica para convertirse en un estándar de facto en el procesamiento digital de señales (DSP). En paralelo, en la estadística y la econometría, la correlación cruzada se integró en el análisis de series temporales para identificar y modelar las relaciones de retardo entre variables económicas, sentando las bases para técnicas avanzadas de pronóstico y modelado causal.

5. Aplicaciones Clave en Ingeniería y Ciencia

La utilidad de la correlación cruzada es vasta y se extiende a casi cualquier campo que involucre el análisis de datos secuenciales o espaciales. Una de sus aplicaciones más importantes es la **estimación del retardo de tiempo** (Time Delay Estimation, TDE). En la sismología y la acústica, los sensores registran el mismo evento (por ejemplo, un terremoto o un disparo) en diferentes momentos. La correlación cruzada entre los registros de dos sensores permite determinar con precisión la diferencia de tiempo de llegada de la onda, lo que es esencial para localizar la fuente del evento mediante triangulación.

En la **ingeniería de comunicaciones**, la correlación cruzada es fundamental para la sincronización y la detección de códigos. En sistemas de espectro ensanchado por secuencia directa (DSSS), como el GPS, la señal recibida se correlaciona con una réplica local del código de pseudo-ruido conocido. El pico de correlación indica el momento exacto en que la señal está alineada, permitiendo la demodulación de los datos y la medición precisa de la distancia (tiempo de vuelo).

En el **procesamiento de imágenes** y la visión por computadora, la correlación cruzada bidimensional (a menudo implementada como convolución con un kernel invertido) se utiliza para el reconocimiento de plantillas o "template matching". Al correlacionar una pequeña imagen de plantilla con una imagen más grande, se genera un mapa de correlación que indica la probabilidad de que la plantilla se encuentre en cada punto de la imagen. Esto es crucial para tareas como el seguimiento de objetos, la detección de características y el registro de imágenes médicas.

6. Correlación Cruzada Normalizada y Detección de Patrones

Si bien la correlación cruzada simple proporciona una medida de la similitud absoluta, su valor máximo depende directamente de la magnitud de las señales de entrada. Esto puede ser problemático en aplicaciones donde la amplitud de la señal o las condiciones de iluminación (en el caso de imágenes) varían. Para obtener una métrica que sea independiente de la amplitud y que solo refleje la forma o el patrón de las señales, se utiliza la **correlación cruzada normalizada** (NCC, Normalized Cross-Correlation).

El coeficiente de correlación cruzada normalizada se define dividiendo la correlación cruzada de las señales centradas (a las que se les ha restado su media) por el producto de sus desviaciones estándar (o energías). Esta normalización estandariza el resultado, forzando los valores a caer en

el rango de $[-1, 1]$. Un valor de $+1$ indica una coincidencia perfecta y directa (misma forma y fase); -1 indica una coincidencia perfecta pero invertida (antifase); y 0 indica que las señales no tienen ninguna relación lineal en ese desplazamiento específico. Esta normalización permite la comparación robusta de la "forma" de las señales, independientemente de sus escalas o potencias absolutas.

La normalización es particularmente valiosa en el campo de la visión por computadora para tareas de seguimiento de objetos y reconocimiento de plantillas bajo condiciones variables. Al buscar una pequeña plantilla dentro de una imagen grande, la correlación cruzada normalizada reduce drásticamente la posibilidad de falsas detecciones causadas por variaciones locales en el brillo o el contraste. Al centrarse únicamente en la estructura del patrón, el NCC proporciona un mapa de confianza mucho más fiable sobre la ubicación del patrón buscado, lo que resulta indispensable en sistemas de navegación autónoma y análisis de imágenes médicas.

7. Limitaciones, Interpretación y Críticas

A pesar de su potencia analítica, la correlación cruzada presenta limitaciones que requieren una interpretación cuidadosa de sus resultados. La crítica fundamental radica en que la correlación cruzada, al igual que el coeficiente de correlación de Pearson, es inherentemente una medida de la **relación lineal**. Si la relación entre las dos señales es significativamente no lineal (por ejemplo, si una señal es el cuadrado de la otra o si la dependencia es logarítmica), la correlación cruzada puede subestimar la dependencia real o no identificarla en absoluto. En estos escenarios, los analistas deben recurrir a métodos de análisis de dependencia no lineal, como el cálculo de la información mutua o la aplicación de técnicas de análisis de componentes principales no lineales.

Otra limitación crítica es su susceptibilidad a la **correlación espuria**, especialmente en el análisis de series temporales. Si ambas señales de entrada contienen tendencias a largo plazo o patrones estacionales similares que no están intrínsecamente relacionados (es decir, no hay una relación causal o de retardo directo), la correlación cruzada puede mostrar picos altos en retardos grandes o en cero, dando la falsa impresión de una relación significativa. Para mitigar esto, es práctica estándar "diferenciar" o "detrend" las series temporales (eliminar la media y la tendencia) antes de calcular la correlación cruzada para asegurar que solo se estén analizando las fluctuaciones residuales.

Finalmente, es crucial recordar que la correlación cruzada solo establece la **precedencia temporal**, no la causalidad en un sentido estricto. El hecho de que la señal A preceda a la señal B con un retardo τ solo establece que el patrón de A es un predictor del patrón de B. Para inferir causalidad de manera más robusta, se requieren pruebas estadísticas más rigurosas. Una extensión común en econometría es el test de causalidad de [Granger](#), que utiliza la correlación cruzada como una medida inicial, pero la complementa con modelos predictivos multivariados

para descartar explicaciones alternativas y variables de confusión, ofreciendo una herramienta más poderosa para la inferencia causal en sistemas complejos.

Further Reading

[Correlación cruzada - Wikipedia](#)

[Cross-Correlation Function - ScienceDirect](#)

[Digital Signal Processing: Cross-correlation](#)

ARABPSYCHOLOGY.COM